Solution détaillée de l'énigme 1

Appelons n le nombre de professeurs francophones. Les professeurs francophones et anglophones étant en nombre égaux, on peut affirmer qu'il y aussi n professeurs anglophones. Il s'agit maintenant de dénombrer le nombre de « *Bonne année* » souhaités.

1. Tous les professeurs souhaitent « *Bonne année* » à M. Le Proviseur, les francophones et les anglophones. Le nombre de « *Bonne année* » souhaités à M. Le Proviseur est donc:
$$n+n=2n\ ;$$

2. Chaque professeur anglophone souhaite « *Bonne année* » à tous les professeurs francophones. Il le souhaite donc n fois. Cela étant vrai pour chacun des n professeurs anglophones, le nombre de « *Bonne année* » souhaités est donc:
$$n\times n=n^2\ ;$$

3. Chaque professeur francophone souhaite « *Bonne année* » à tous ses collègues, et il a $n-1$ collègues. Cela étant vrai pour les n professeurs francophones, le nombre de « *Bonne année* » souhaités est donc:
$$n\times(n-1)\ ;$$

4. Les professeurs francophones ne souhaitent pas de « *Bonne année* » en français aux professeurs anglophones.

Le nombre total de « *Bonne année* » souhaités, appelé N, est la somme des expressions ci-dessus, c'est-à-dire:
$$N=2n+n^2+n\times(n-1)$$

On peut développer et réduire cette expression :
$$N=2n+n^2+n\times(n-1)$$
$$N=2n+n^2+n^2-n$$
$$N=2n^2+n$$

On sait par l'énoncé que 300 « *Bonne année* » ont été souhaité. On peut donc affirmer que $N=300$ et donc que le nombre n doit donc vérifier l'égalité :
$$2n^2+n=300$$

On testant des valeurs, on peut rapidement vérifier que le nombre 12 fonctionne. En effet,
$$2\times 12^2+12=2\times 144+12=288+12=300$$

On peut aussi tester cette égalité sur un tableur :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	**12**	13	14	15	16
2*n^2 +n	0	3	10	21	36	55	78	105	136	171	210	253	**300**	351	406	465	528

Donc, $n=12$ convient, et on peut dire qu'il y a 12 professeurs francophones, donc 24 professeurs au total.

RÉPONSE : 24 professeurs

BONUS

Si je pioche au hasard *deux* feutres dans la boite composé de feutres rouges (*R*) et de feutres bleus (*B*), je peux obtenir trois cas : *RR* ; *BB* ; *RB*. À cause du dernier cas, je ne suis donc pas certain d'en avoir deux de la même couleur.

Si je pioche *trois* feutres au hasard, alors je peux obtenir : *RRR* ; *BBB* ; *RBB* ; *BRR*. Je suis certain d'en avoir dans tous les cas deux de la même couleur.